

GERAÇÃO E ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE ÁBACOS DE FLEXÃO COMPOSTA NORMAL PARA CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA UTILIZANDO DIAGRAMA SIMPLIFICADO E PARÁBOLA-RETÂNGULO DE ACORDO COM A ABNT NBR 6118:2014

Alex Gomes Teixeira¹
Vinicius Slompo Pinto²

RESUMO

A busca por soluções estruturais para projetos cada vez mais complexos faz com que haja a necessidade de pesquisas relacionadas às propriedades físico-química e mecânica dos materiais para o desenvolvimento de métodos de cálculos mais próximos da realidade. O presente trabalho tem como objetivo analisar e gerar ábacos de flexão composta normal de acordo com diagrama parábola-retângulo do concreto comprimido da norma ABNT NBR 6118:2014. Para discretização da curva foi utilizado um método de aproximação utilizando linha de tendência, para tratar as particularidades decorrentes dos processos de cálculo. Como resultado, obtiveram-se os equacionamentos para a construção das curvas favoráveis à determinação da taxa mecânica de armadura seguido de uma análise comparativa da segurança e do comportamento estrutural no Estado Limite último (ELU). Por fim, obteve-se que a simplificação e aproximação realizadas, esboçam diferentes cenários com relação à segurança quando o elemento se encontra nos domínios 4 e 5, situação na qual ocorre de maneira preponderante em edifícios de grande porte. Enquanto para edificações de pequeno porte, no qual os pilares comumente encontram-se entre os domínios 1 e 3, os ábacos referidos apresentam resultados satisfatórios.

Palavras-chave: Ábaco. Flexão composta normal. Diagrama tensão-deformação. Concreto de alta resistência.

1 INTRODUÇÃO

É evidente a evolução da construção civil e a busca por soluções estruturais para projetos cada vez mais complexos. Devido a essa realidade, surge a necessidade de pesquisas relacionadas às propriedades físico-química e mecânica dos materiais, para o desenvolvimento de métodos de cálculos mais próximos da realidade. Concomitante a isso, o avanço do controle tecnológico do concreto *in loco* faz com que se alie a segurança adequada com o custo do projeto (BACCIN, 1998).

A ABNT NBR 8953:2015 define que os concretos para fins estruturais são classificados quanto a sua resistência característica à compressão (f_{ck}) e

¹ Graduando em Engenharia Civil no Centro Universitário UNIFAFIBE de Bebedouro, SP. Email: alexengcivil79@gmail.com

² Professor Mestre, no Centro Universitário UNIFAFIBE de Bebedouro, Sp. Email: vinicius.slompo.p@gmail.com

divididos em dois grupos: I e II. O grupo I é composto pela classe C20 a C50, enquanto classes superiores de C50 até C100, são pertencentes ao grupo II. A ABNT NBR 12.655:2015 define que um concreto alta resistência (CAR) é aquele que apresenta resistência a compressão superior a 50 MPa.

Segundo o CEB (1993), a motivação do uso do concreto de alta resistência é oriunda da otimização das seções de pilares, com o objetivo de aliar a alta resistência de encurtamento do material a elementos com cargas predominantemente de compressão.

De acordo com Ramos (2001), além de mitigar as desvantagens do concreto comum, o CAR apresenta algumas vantagens, tais como: menor porosidade e fluência, maior durabilidade e menor necessidade de grandes dimensões de seção, o que gera reduzido consumo de materiais, e como efeito, menor custo no uso de fôrmas.

Em um conjunto estrutural, os pilares são elementos submetidos a esforços de compressão, responsáveis pela transmissão das solicitações do edifício para os elementos de fundação. Os pilares também contribuem para estabilidade global da estrutura resistindo às ações horizontais. O seu dimensionamento adequado e eficiente é de extrema importância. Porém o processo de cálculo para determinar sua seção, e disposição das armaduras, é complexo, apresentando alta probabilidade de erros (BENDÔ, 2011).

Devido a esse fato, Venturini (1987) idealizou a utilização de ábacos para facilitar o processo de dimensionamento de pilares, baseando-se na seção da peça e disposição da armadura. Para a construção de ábacos para pilares de concreto armado, é necessário o conhecimento de alguns conceitos básicos, como os domínios de deformações e os diagramas tensão x deformação do concreto e do aço (BASTOS, 2021).

O presente trabalho tem como objetivo a geração de análise de ábaco C70 para flexão composta normal utilizando, para tanto, uma aproximação do diagrama parábola-retângulo do concreto comprimido da norma ABNT NBR 6118:2014. Posteriormente realiza-se o comparativo com ábacos gerados através do diagrama simplificado realizados por Escoda (2019).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A seguir são abordados conceitos como deformação e comportamento dos materiais, além de domínios de deformação e verificações da seção no estado-limite último.

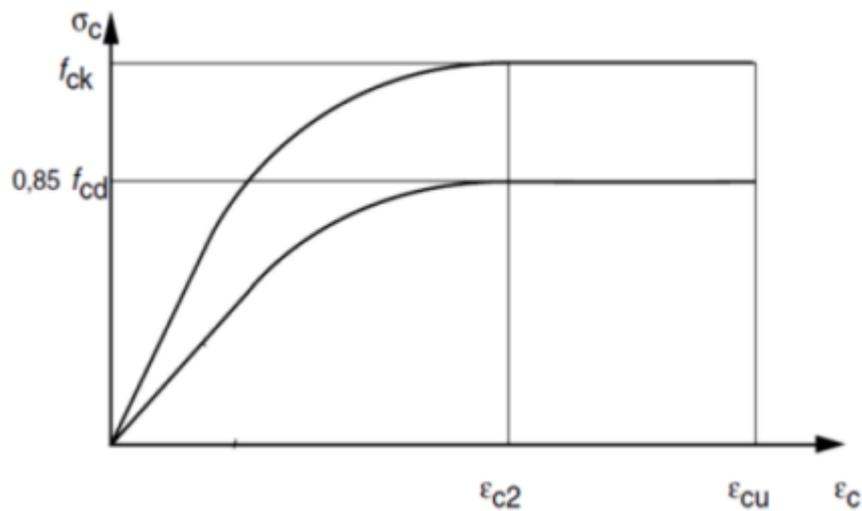
2.1 CONCRETO ARMADO

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o concreto simples é caracterizado por não possuir armadura, ou a que possui está em quantidade menor que a especificada para o concreto armado. Segundo Bastos (2019), os elementos de concreto armado são definidos como a associação do concreto simples com armadura passiva, que juntos devem resistir aos esforços solicitantes solidariamente por meio de mecanismos de aderência. Por ser composto por dois materiais diferentes, torna-se necessário conhecimento e estudo isolado de cada material, sendo apresentados nos itens subsequentes.

2.1.1 Concreto

Para o concreto próximo de sua ruptura, admite-se uma relação tensão x deformação em que os valores são obtidos a partir do diagrama parábola-retângulo proposto pela norma ABNT NBR 6118:2014 (item 8.2.10.1), exibido na Figura 1. Esse diagrama discretiza apenas a região comprimida, uma vez que a resistência do concreto à tração é desconsiderada no cálculo de estruturas de concreto armado no estado-limite último (VENTURINI, 1987).

FIGURA 1- Diagrama tensão x deformação do concreto



Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118:2014

Nota-se que o diagrama apresentado na figura 1 revela um comportamento não linear, com dois trechos. O primeiro é descrito por uma curva iniciada na origem até ϵ_{c2} , e o segundo descrito por uma reta, de ϵ_{c2} a ϵ_{cu} . As tensões de compressão em cada trecho devem ser calculadas conforme as equações 1 e 2, estabelecidas na ABNT NBR 6118:2014.

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \rightarrow \sigma_c = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (1)$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \rightarrow \sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (2)$$

De maneira que:

- ϵ_c é a deformação do concreto em determinada fibra da peça;
- ϵ_{c2} é o início da plastificação do concreto submetido a flexão;
- ϵ_{cu} é a deformação máxima de encurtamento do concreto;
- f_{cd} é a resistência do concreto minorada através de um coeficiente γ_c

Sendo n um parâmetro que varia de acordo com a resistência característica do concreto (f_{ck}), descrito para concretos de alta resistência ($f_{ck} > 50 \text{ MPa}$) conforme a equação 3.

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot \left[\frac{(90 - fck)}{100} \right]^4 \quad (3)$$

A ABNT NBR 6118:2014 descreve que os parâmetros ε_{cu} e ε_{c2} para concretos de alta resistência $fck > 50 \text{ MPa}$ devem ser calculados de acordo com as expressões 4 e 5.

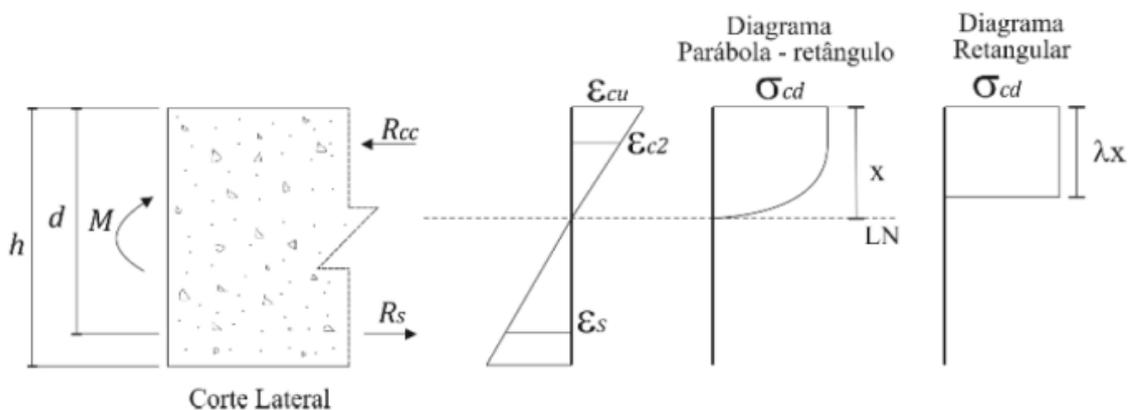
$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,85\text{‰} \cdot (fck - 50)^{0,53} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left[\frac{(90 - fck)}{100} \right]^4 \quad (5)$$

De forma que fck seja a resistência característica do concreto em MPa.

A ABNT NBR 6118:2014 descreve que o diagrama parábola-retângulo pode ser simplificado por um digrama retangular com profundidade (λx) e tensão constante ($\alpha_c \cdot fcd$) representado na figura 2, quando não há a diminuição da seção, medida através da linha neutra até a borda comprimida.

FIGURA 2 – Simplificação do diagrama tensão



Fonte: Pinto (2017)

Segundo Mazetto (2017), os coeficientes λ e α_c são necessários para aproximar as alterações realizadas no diagrama parábola-retângulo e são

determinados através das expressões 6 e 7, para concretos de alta resistência, de forma que f_{ck} seja a resistência característica do concreto em MPa.

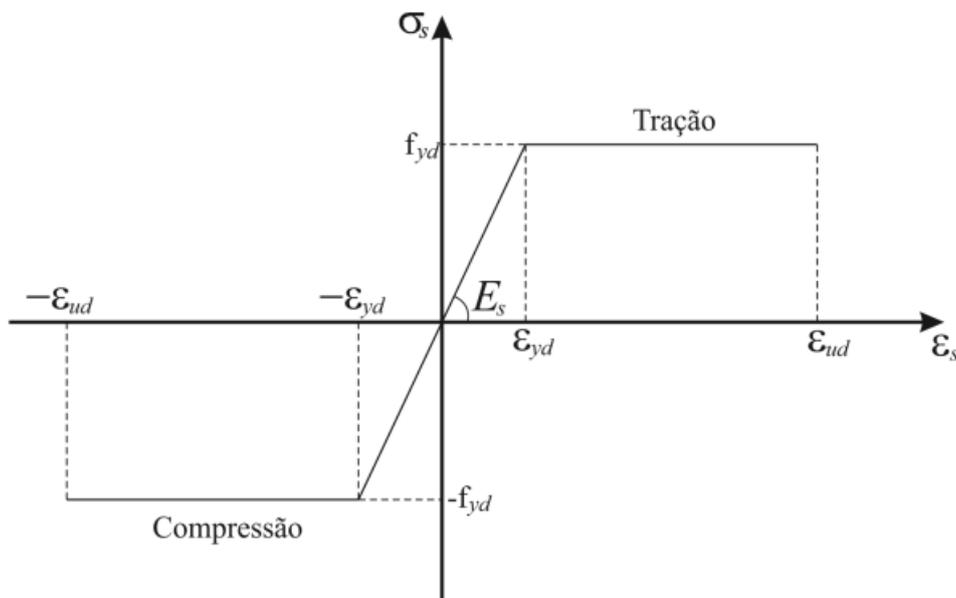
$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \quad (6)$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck} - 50}{200}\right) \quad (7)$$

2.1.2 Aço

Para o aço, o diagrama tensão deformação, empregado para cálculos próximos à sua ruptura, é especificado pelo item 8.3.6 da ABNT NBR 6118:2014, exibido na figura 3.

FIGURA 3- Diagrama tensão-deformação do aço



Fonte: Adaptado Pinto (2017)

Verifica-se que o diagrama apresentado na figura 3 se diferencia em dois trechos, um que inicia na origem prosseguindo até f_{yd} apresentando comportamento linear, no qual é válida a Lei de Hooke. A Lei de Hooke indica que há proporcionalidade

entre os eixos dado pelo módulo de elasticidade (E_s), de forma que essa lei está expressa na equação 8.

O segundo trecho é dado por um patamar de escoamento com tensão constante f_{yd} , que pode ser determinado de acordo com as equações 9 e 10 presentes na ABNT 6118:2014. Para as deformações últimas do aço (ε_{ud}), a ABNT NBR 6118:2014 define o valor máximo de 10‰ para tração e compressão.

a) Comportamento linear para $|\varepsilon_s| \leq |\varepsilon_{yd}|$:

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \cdot \frac{\varepsilon_s}{|\varepsilon_{yd}|} \quad (8)$$

b) Patamar de escoamento

$$\text{Se } \varepsilon_s > \varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_{sd} = f_{yd} \quad (9)$$

$$\text{Se } \varepsilon_s < -\varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_{sd} = -f_{yd} \quad (10)$$

Conforme descrito no item 12.3.1 da ABNT NBR 6118:2014 a tensão de pico do diagrama dada pela tensão de escoamento f_{yd} pode ser calculado de acordo com a equação 11.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (11)$$

A variável γ_s é o coeficiente de ponderação que leva em consideração a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos, além de desvios e aproximações gerados na construção e as combinações adotadas para verificar a estrutura (ABNT NBR 6118:2014).

2.2 ESTADOS LIMITES E AÇÕES

A segurança de uma estrutura está ligada à verificação dos estados limites. Os estados limites são condições em que a estrutura apresenta desempenho inadequado à finalidade da construção, isto significa que são estados que a estrutura-se encontra imprópria para utilização. Os estados são classificados em estados-limites últimos ou estados limites de serviço, de maneira que sejam referidos à situação de ruína ou de uso em serviço, respectivamente (CAMACHO, 2005).

De acordo ABNT NBR 6118:2014 é possível relacionar o estado-limite último (ELU) às condições que correspondem a capacidade resistente da estrutura, ou seja, são situações correspondentes à ruína determinando a paralização, no todo ou em parte do uso da construção. Admite-se o desempenho em serviço, como as condições precárias em serviço. Na sua ocorrência, repetição ou duração causam-se efeitos estruturais que desrespeitam as condições especificadas para o uso normal da construção e são indícios do comprometimento da durabilidade.

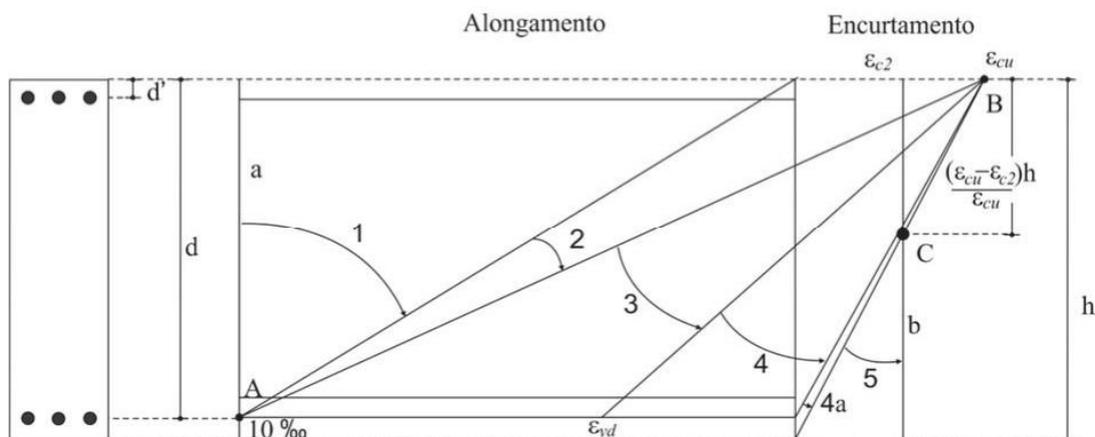
Ações são causas que produzem esforços ou deformações nas estruturas. Na prática, forças e deformações impostas pelas ações são consideradas como as próprias ações, sendo as forças definidas de ações diretas e as deformações de ações indiretas. As estruturas no qual as ações atuam, podem ser classificadas de acordo com sua variabilidade com o tempo, em permanentes, variáveis e excepcionais (BASTOS, 2019)

2.4 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

Em relação ao concreto armado, o estado limite último de ruptura é definido convencionalmente na situação de cálculo originada pelas deformações específicas do concreto ε_{cu} e da armadura tracionada ε_{ud} (FUSCO, 1981).

Dessa forma, as deformações calculadas na seção transversal pertencem a um dos domínios definidos na figura 4. Nota-se que para os domínios 1 e 2 o diagrama de deformações gira em torno do ponto A, que corresponde à ruína por deformação plástica excessiva da armadura. Nos domínios 3, 4 e 4a, o diagrama gira em torno do ponto B, relativo à ruptura por encurtamento do concreto com $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ na borda mais comprimida (PINHEIRO, 2016).

FIGURA 4 - Domínios de deformação para o estado limite último



Fonte: Pinto (2017)

São admitidas as seguintes considerações caracterizadas quando houver deformação plástica excessiva da armadura (ABNT NBR 6118:2014):

- Reta a: Tração uniforme com altura da linha neutra (x) tendendo a $-\infty$;
- Domínio 1: Tração excêntrica com $-\infty < x < 0$;
- Domínio 2: Flexão simples ou composta, com deformação do concreto inferior a ε_{cu} e máximo alongamento da armadura ε_{yd} . De forma que $0 < x < x_{23}$;

São admitidas as seguintes considerações caracterizadas quando houver encurtamento limite do concreto (ABNT NBR 6118:2014):

- Domínio 3: Flexão simples ou composta, com a ruptura do concreto com $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ e o aço no patamar de escoamento $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{sd} < 10\text{‰}$;
- Domínio 4: Flexão simples ou composta, com ruptura do concreto na borda comprimida $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ e com o aço tracionado sem escoamento $\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$. De forma que $x_{34} < x < 1$;
- Domínio 4a: Flexão composta com ruptura do concreto $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ e armaduras comprimidas. Com a linha neutra dentro da seção entre d e h .
- Domínio 5: Compressão excêntrica, sem tração. Com altura da linha neutra maior ou igual a dimensão da seção (h), e deformação ε_{c2} na distância y , definido por $y = \frac{h \cdot (\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2})}{\varepsilon_{cu}}$;
- Reta b: Compressão uniforme com altura da linha neutra tendendo a $+\infty$;

2.5 FLEXÃO COMPOSTA

A linha neutra em um elemento sob flexão simples ou composta reta é compreendida como um plano que separa a região comprimida da região tracionada. A flexão composta é a flexão acompanhada de um esforço normal. Para força de tração tem-se a flexo-tração e para a compressão a flexo-compressão. A Flexão composta normal ocorre quando o plano do momento fletor intercepta um dos eixos principais de inércia, caso contrário o esforço é denominado flexão composta oblíqua (FUSCO, 1981).

3 METODOLOGIA

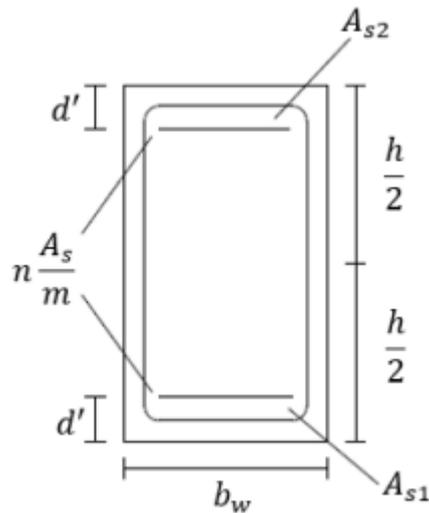
Apresenta-se nesse tópico o procedimento para obtenção dos equacionamentos finais para obtenção das curvas de iteração, além dos parâmetros e algoritmos utilizados para elaboração das planilhas para geração dos ábacos.

O trabalho inicia-se com a revisão bibliográfica sobre hipóteses, deduções e bases de equacionamento conforme Pinto (2017), Venturini (1987) e a ABNT NBR 6118:2014, abordando dados quantitativos relevantes somente para concretos do grupo II. Concluída essa fase é feita uma apresentação e caracterização da amostra pré-definida a ser estudada. Logo depois dá-se início a execução propriamente dita, das deduções das equações e o desenvolvimento de planilhas eletrônicas para geração dos ábacos. Posteriormente realiza-se o comparativo com ábacos gerados através do diagrama simplificado realizados por Escoda (2019), utilizando, dois cenários de análises pré-determinados: esforços provenientes de uma edificação de pequeno porte e grande porte.

3.1 APRESENTAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA AMOSTRA

Definiu-se primeiramente a amostra, com três tipos de concreto pertencentes ao grupo II: C55, C70 e C90. A amostra possui uma armação passiva feita com 2 linhas de barras de aço CA-50, distribuídas em duas camadas dentro da seção de concreto. Supõe-se também que a profundidade de cobrimento da armadura ($d'/h = 0,05$) é constante nas quatro faces da seção conforme ilustrado na Figura 5.

FIGURA 5-Arranjo de armadura



Fonte: Escoda (2019)

Sendo:

- b_w a largura da seção transversal;
- h a altura da seção transversal;
- d' a distância do centro de gravidade da armadura longitudinal, até a face mais próxima da seção;
- A_{s1} a armadura inferior;
- A_{s2} a armadura superior;
- n o número de linhas de armadura ($n=2$);
- m o número total de barras dentro da seção ($m=4$)

3.2 MARCHA DE CÁLCULO

É importante destacar que a amostra citada anteriormente está submetida à flexão composta normal e encontra-se no estado-limite último. O dimensionamento e verificação do elemento pilar pode ser realizado segundo as diversas possibilidades de deformações específicas decorrentes do esforço pré-estabelecido, correspondente às determinadas regiões como prescreve Venturini (1987) e demonstradas no apêndice A deste trabalho.

Para a elaboração das equações do presente trabalho foi utilizada a ferramenta linha de tendência do software *Microsoft Excel*. Ela representa o comportamento dos

dados em determinado intervalo através de uma equação. A confiabilidade é realizada através do parâmetro R^2 de forma que quanto mais próximo do valor 1, mais confiável se torna a representação. Com isso, de maneira isolada para cada classe de concreto, aplicou-se a linha de tendência na região do diagrama parábola na sua deformação (0) até ε_{c2} , para então obter as equações que representam o trecho parabólico do diagrama proposto pela ABNT NBR 6118:2014 no item 8.2.10.1.

$$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \rightarrow \sigma_c = 850 \cdot fcd \cdot [\lambda_1 \cdot \varepsilon_c + \lambda_2] \cdot \varepsilon_c \quad (13)$$

TABELA 1-Valores de λ_1 e λ_2

	λ_1	λ_2	R^2
C55	161,9	0,8168	0,9999
C70	81,5	0,6203	0,9997
C90	60,7	0,5555	0,9999

Fonte: Autoria própria

Para os demais concretos pertencentes ao grupo II, as equações representativas do diagrama parábola-retângulo estão presentes no item A.3 do apêndice A presente neste trabalho.

3.3 HIPÓTESES FUNDAMENTAIS

O item 17.2 da ABNT NBR 6118:2014 estabelece critérios para determinação dos esforços resistentes de elementos lineares sujeito às solicitações normais. Nesse caso inclui-se os pilares submetidos a força normal e momentos fletores.

A seguir apresentam-se as hipóteses básicas que devem ser adotadas para determinação dos esforços resistentes em ábacos.

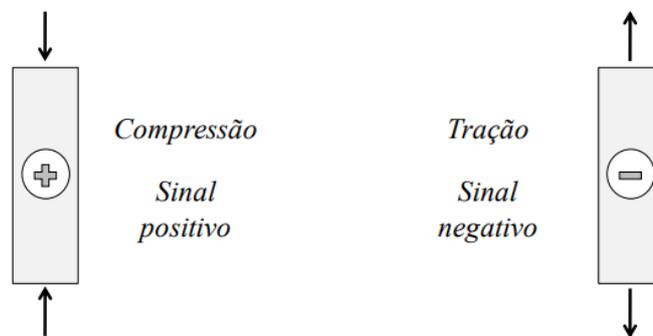
- a) Hipótese das Seções Planas: Admite-se que as seções transversais inicialmente planas, permanecem planas e normais ao eixo da peça após deformação do elemento.
- b) Aderência aço-concreto: Admite-se perfeita aderência entre o aço da armadura e o concreto que a circunda, ou seja, a deformação específica

do aço ocasionada por quaisquer tipos de esforço, seja compressão ou tração, será igual a deformação do concreto.

- c) Contribuição do aço na tração: Considera-se para dimensionamento no Estado limite último (ELU) a resistência do concreto a tração seja nula, portanto, todo esse esforço será resistido pela armadura de aço.

Denota-se a convenção do sinal para força de tensão de compressão o sinal positivo e negativo para tração, como ilustra a figura 6.

FIGURA 6- Convenção dos sinais para tensões

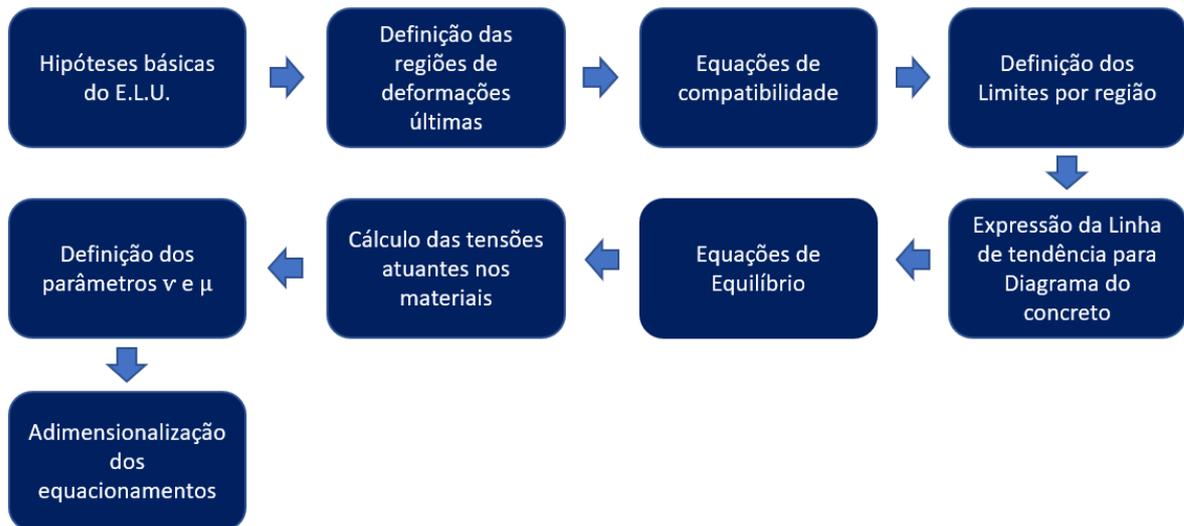


Fonte: Ribeiro (2011)

De acordo com Pinto (2017), apesar do sinal adotado ser contrário ao sistema internacional, por se tratar de pilares, elementos com cargas predominantes de compressão, a convenção se torna mais adequada.

Na Figura 7 são apresentadas as principais etapas a serem realizadas para obtenção dos equacionamentos, além das equações de compatibilidade para cada região.

FIGURA 7 - Marcha de cálculo para obtenção dos equacionamentos-base



Fonte: Adaptado de Escoda (2019)

Para definir os termos de maneira adimensional, necessita-se utilizar as equações 14 e 15.

$$\nu = \frac{N_R}{A_C \cdot fcd} \quad (14)$$

$$\mu = \frac{M_R}{A_C \cdot h \cdot fcd} \quad (15)$$

Sendo:

- A_C área de concreto
- h altura da seção transversal

Dessa maneira, após a realização das etapas estipuladas na figura 7, obtêm-se os equacionamentos finais para cada classe de concreto. As equações 16 e 17 apresentam o equacionamento geral, aplicado a equações obtidas através da linha de tendência.

$$v = \frac{850 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left\{ \frac{\lambda_1 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left[\frac{(\beta_1^3 - \beta_2^3)}{3} - (\beta'_x - 0,5) \cdot (\beta_1^2 - \beta_2^2) + (\beta'_x - 0,5)^2 \cdot (\beta_1 - \beta_2) \right] - \frac{\lambda_2 \cdot (\beta_1^2 - \beta_2^2)}{2} + \lambda_2 \cdot (\beta'_x - 0,5) \cdot (\beta_1 - \beta_2) \right\} - 0,85 \cdot (\beta_2 - \beta_3) + \frac{\omega}{fyd} \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \quad (16)$$

$$\mu = \frac{850 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left\{ \frac{-(\beta_1^3 - \beta_2^3)}{3} + (\beta'_x - 0,5) \cdot \frac{(\beta_1^2 - \beta_2^2)}{2} + \frac{\lambda_1 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left[-2 \cdot (\beta'_x - 0,5) \cdot \frac{(\beta_1^2 - \beta_2^2)}{3} + \lambda_2 \cdot (\beta'_x - 0,5)^2 \cdot \frac{(\beta_1^2 - \beta_2^2)}{2} + \frac{(\beta_1^4 - \beta_2^4)}{4} \right] \right\} - 0,425(\beta_2^2 - \beta_3^2) + \frac{\omega}{fyd} \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \cdot \beta_{si} \quad (17)$$

De forma que:

- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ e são os limites dimensionais de integração definidos no apêndice A deste trabalho.
- ω é a taxa mecânica de armadura;
- η_{si} representa as taxas relativas das armaduras de acordo com as equações 20 e 21;
- β_{si} posição das armaduras, sendo $\beta_{s1} = 0,45$ e $\beta_{s2} = -0,45$ seguindo as diretrizes das equações 18 e 19.
- f_{ck} resistência característica do concreto, utilizado em MPa;
- λ_1 e λ_2 valores definidos na tabela 1;

As equações são independentes e formam um sistema não linear que resolvido fornece a taxa de armadura (ω), para a disposição pré-determinada. Outro parâmetro que se obtém através da resolução desse sistema é a posição da linha neutra β'_x indicando em qual domínio o estado-limite último ocorre. Para obter os parâmetros β_{si} e η_{si} é necessário conhecer a amostra. Levando em consideração o arranjo proposto no trabalho, a posição das armaduras é dada pelas equações 18 e 19.

$$\beta_{s1} = 0,5 - \delta \quad (18)$$

$$\beta_{s2} = \delta - 0,5 \quad (19)$$

As taxas relativas das armaduras são dadas pelas equações 20 e 21.

$$\eta_{s1} = \frac{As_1}{As_1 + As_2} \quad (20)$$

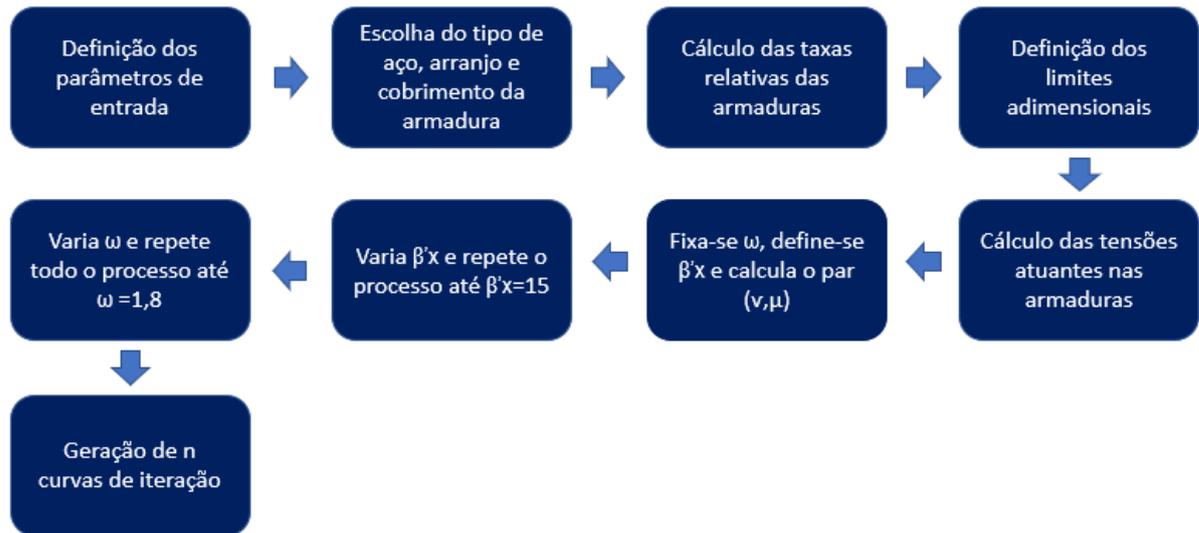
$$\eta_{s2} = \frac{As_2}{As_1 + As_2} \quad (21)$$

3.4 PLANILHA DE CÁLCULO

Para a construção das planilhas de cálculos para obtenção das curvas adimensionais é necessário inserir os equacionamentos finais, além do conhecimento prévio dos parâmetros relativos à seção, disposição das barras e tipo de aço. Os ábacos consistem em basicamente calcular diversos pares de (ν, μ) a partir de valores de β'_x , mantendo fixo a taxa de armadura (ω) .

Arbitra-se a profundidade da linha neutra β'_x com variação na próxima etapa de $\Delta\beta'_x = 0,05$. No trabalho β'_x varia de -5 a 15, a taxa de armadura apresenta $\Delta\omega = 0,1$ iniciando em 0 até 1,8. A figura 8, expõe em um fluxograma das etapas do algoritmo-base.

FIGURA 8 – Algoritmo-base das planilhas de cálculo

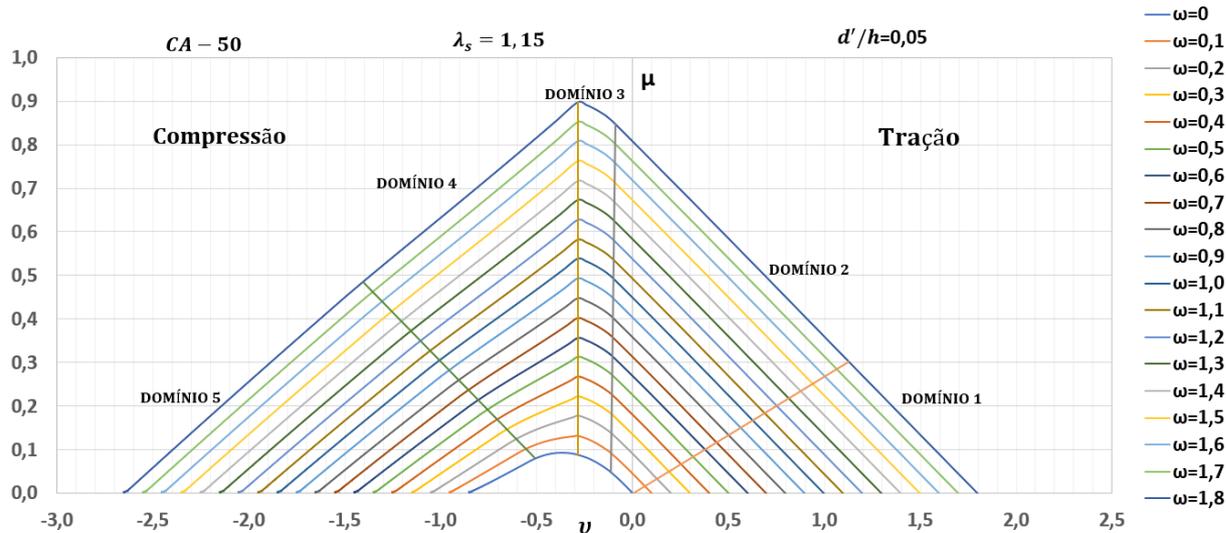


Fonte: Escoda (2019)

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na figura 9 está apresentado o ábaco adimensional obtido através da representação da região parabólica utilizando o método de linha de tendência, para o concreto do grupo II, C70. Os demais ábacos estão em presente no apêndice B.

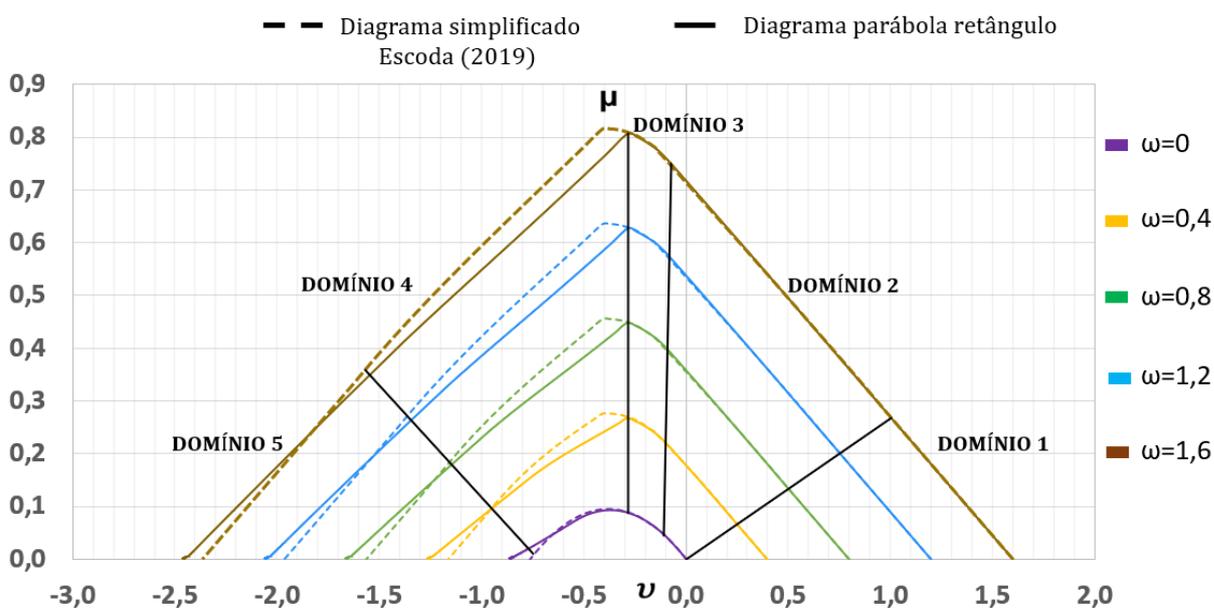
FIGURA 9 – Ábaco diagrama parábola retângulo C70



Fonte: Autoria própria

Com intuito de analisar a influência do concreto nos ábacos obtidos a partir o diagrama parábola-retângulo, admitiu-se uma taxa de armadura (ω), para comparar o comportamento da curva de interação em relação ao ábaco do diagrama simplificado, obtido por Escoda (2019). A Figura 10 ilustra a comparação entre os dois métodos.

FIGURA 10 – Comparação entre os ábacos do diagrama parábola-retângulo e simplificado para concreto C70



Fonte: Autoria própria

Com isso verifica-se que as curvas geradas são bem próximas nos domínios 1, 2 e 3. E para o domínio 4 a curva gerada através do diagrama simplificado se mostra menos conservador em relação ao da aproximação, comportamento no qual se torna contrário no domínio 5.

Para analisar e verificar a segurança do uso de ábacos gerados através do diagrama simplificado no dimensionamento de peças estruturais foi utilizado o método proposto por Escoda (2019), no qual se determina o momento resistente da seção submetida às mesmas condições, adaptando para aplicação para os diferentes métodos de geração de ábacos.

Assim, estabelece-se os seguintes parâmetros: esforço normal (Nd), taxa de armadura (ω) e seção (A_c) e altura (h) equivalendo 40 cm. De maneira que os valores adotados, foram pensados para obter pontos relativos aos domínios apresentados nos ábacos, para então realizar as comparações efetivas. Para a tabela 2, os dados utilizados foram escolhidos relacionando os esforços predominantes em obras de pequeno porte, enquanto para a tabela 3, no qual existem maiores esforços de compressão, está relacionado a obras de grande porte.

TABELA 2-Momento Fletor resistente de acordo com cada ábaco para os domínios 1,2 e 3 – Obras de pequeno porte.

Domínios	Métodos	Nd (kN)	Ac (cm ²)	ω	ν	M	Md (kN.m)	Diferença entre os métodos (%)
1	Escoda (2019)	1500	600	0,8	0,50	0,10	120	0
	Presente Trabalho							
2	Escoda (2019)	500	600	0,8	0,17	0,25	300	0
	Presente Trabalho							
3	Escoda (2019)	-500	600	0,8	-0,17	0,38	456	0
	Presente Trabalho							

Fonte: Autoria própria

A partir da tabela 2, verificou-se que nos domínios 1 e 2 no qual a resistência estrutural independe do tipo do concreto, a diferença entre os métodos é inexistente. No domínio 3, quando a peça alcança sua máxima capacidade resistente, os

resultados também são os mesmos. Isso demonstra que o uso de ábacos para obras de pequeno porte é recomendável.

TABELA 3-Momento Fletor resistente de acordo com cada ábaco para os domínios 4 e 5 – Obras de grande porte.

Domínios	Métodos	Nd (kN)	Ac (cm ²)	ω	ν	μ	Md (kN.m)	Diferença entre os métodos (%)
4	Escoda (2019)	-	600	0,8	-0,50	0,39	468	14,7
	Presente Trabalho	1500					408	
5	Escoda (2019)	-	600	0,8	-1,20	0,12	144	-25
	Presente Trabalho	3500					192	

Fonte: Autoria própria

Na tabela 3, nota-se que no domínio 4 existe um aumento da capacidade resistente estrutural na utilização do ábaco do diagrama simplificado, quando comparado ao valor obtido através do ábaco do diagrama parábola retângulo. Decorrente do aumento do esforço de compressão, o que predominantemente ocorre em obras de grande porte. Em contrapartida, no domínio 5 no qual a seção está totalmente comprimida o ábaco simplificado resulta em valores mais conservadores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através dos ábacos gerados por Escoda (2019), os obtidos pelo método proposto no trabalho e através da análise comparativa da segurança e do comportamento estrutural no ELU, foi possível concluir que:

- No domínio 1, a seção se encontra inteiramente tracionada com a linha neutra variando de $-\infty$ até zero, com a borda mais tracionada em deformação plástica excessiva do aço. Logo, a resistência estrutural nesse domínio depende somente do aço, caracterizando uma curva proporcional entre os dois métodos.
- No domínio 2, também é caracterizado pela ruptura do aço com máximo alongamento permitido ε_{ud} , justificando a similaridade das curvas.

- c) A partir do domínio 3, a ruína da estrutura se caracteriza pelo encurtamento máximo do concreto, nota-se que as curvas são similares caracterizando segurança no dimensionamento nesse domínio.
- d) No domínio 4, com armaduras comprimidas e com grande influência da resistência do concreto, os coeficientes aplicados pela norma, citada no item 2.1.1 deste trabalho, geram curvas acima do comportamento a partir da aproximação proposta, demonstrando que o diagrama parábola-retângulo é um método menos conservador para elementos dimensionados nessa região.
- e) O coeficiente da tensão f_{cd} do concreto aplicado para o uso do diagrama simplificado, é perceptível no final do domínio 5, nota-se que a resistência final é menor de quando se utiliza o diagrama parábola-retângulo, que demonstra que esse método é mais conservador. Essa ocorrência se dá pelo fato de que os concretos apresentam compressão máxima baseado na tensão f_{cd} , fator no qual é minorado com a simplificação, e no final do domínio 5 quando o elemento está totalmente comprimido com a máxima utilização da contribuição do concreto, tal fato torna-se perceptível.

Os métodos analisados e propostos neste trabalho, podem ser indicados para o dimensionamento de pilares de edificações residenciais, pois a maioria dos pilares em obras de pequeno porte, se encontram entre o domínio 1 e 3. Em contrapartida, para edifícios de grande porte no qual o esforço preponderante é a normal de compressão, os dois métodos apresentam variações nos resultados.

Por fim, ressalta-se que a simplificação e aproximação referidas nesse trabalho esboçam diferentes cenários com relação a segurança. Com isso, recomenda-se um estudo mais aprofundado, para adequar a sua utilização em cálculos sem comprometer a segurança estrutural dos projetos.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014** - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 3. ed. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12655:2015** – Concreto de cimento Portland — Preparo, controle, recebimento e aceitação — Procedimento. 3. ed. Rio de Janeiro, 2015. 23 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8953:2015** – Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. 3. ed. Rio de Janeiro, 2015. 3 p.

BACCIN, Antonio Guilherme Canhassi. **Fundamentos do concreto de alto desempenho e sua aplicação no projeto de pilares**. 1998. 201 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

BASTOS, Paulo. **Fundamentos do concreto armado**. Apostila. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru, 2019, 89p.

BASTOS, P. S. **Lajes de concreto armado**. Bauru: Universidade Estadual Paulista- Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021. 109 p. Apostila.

BENDÔ, Nestor Eleutério Paiva. **Geração de ábacos para dimensionamento de seções de pilares solicitadas por flexão composta**. 2011. 58 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

CAMACHO, Jefferson S. **Concreto armado: Estados limites de utilização**. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 200, 48p.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London: Thomas Telford, 1993.

ESCODA, Andréia Santos Martins de Picó Escoda. **Geração de ábacos de flexão composta normal utilizando concreto de alta resistência com seção retangular**. Orientador: Mr. Vinicius Slompo Pinto. 2019. 20 f. TCC (Graduação)– Engenharia Civil no Centro Universitário UNIFAFIBE de Bebedouro, SP.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**: solicitações normais. Rio de Janeiro Guanabara Dois, 1981. 464 p.

PAULA, J. A. **Algoritmos para o estudo de pilares esbeltos de concreto armado solicitados a flexão normal composta**. 1988. 191 f. Dissertação (Mestrado)-Curso de Engenharia Civil, Departamento de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1988. Cap. 8.

PINHEIRO, L. M. et al. Base para cálculo. In: PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, 2010.

PINTO, Vinicius Slompo. **Dimensionamento de pilares de concreto com seção transversal retangular usando envoltórias de momentos**. 2017. 314 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

RAMOS, Ricardo Ferreira. **Análise experimental de pilares de concreto armado sob ação centrada com resistência do concreto de 25 MPa**. 2001. 271 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Cap. 2.

RIBEIRO, Kleysser. **Diagramas para Verificação de Pilares Retangulares em Concreto Armado submetidos à flexão composta Normal**. 2011. 308 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

MAZETTO, Gilharde da Silva. **Estudo da flexo compressão para pilares em concreto de alto desempenho**. 2017. 231 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2017.

VENTURINI, W. S.; RODRIGUES, R. O. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**: Material Bibliográfico utilizado nas disciplinas de concreto armado pelo Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos: Departamento de Engenharia de São Carlos, 1987. 131 p.

APÊNDICE A

No presente tópico estão apresentados o equacionamento e o algoritmo necessário para gerar as curvas (N_r, M_r) , representadas de maneira adimensional (ν, μ) .

Essas curvas são utilizadas no dimensionamento de peças submetidas a flexão composta normal, com construção de ábacos, em função do arranjo da armadura e de sua taxa mecânica. Além dos parâmetros e algoritmos utilizados para elaboração das planilhas para geração dos ábacos.

As deduções dos equacionamentos foram adaptadas de Venturini (1987) para concretos de classe superior a C50 e pertencentes ao grupo II, conforme a classificação da ABNT NBR 12.655:2015.

O item A.3 que trata dos limites dimensionais de integração do diagrama tensão-deformação do concreto, está conforme prescrito por Paula (1988).

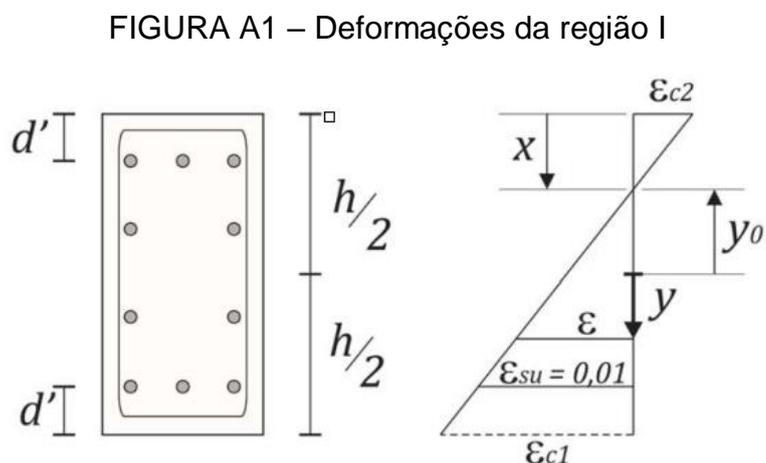
A descrição da elaboração do algoritmo para construção das curvas (v_u e μ_u) está conforme prescrito por Pinto (2017).

A.1 COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES

Admitindo válida a hipótese da conservação da seção plana e considerando que uma das deformações definidas seja imposta, as outras deformações da seção podem ser determinadas em função da posição da linha neutra.

A.1.1 Região I

Região caracterizada pela deformação plástica excessiva da armadura tracionada com $\varepsilon_{su} = 10\text{‰} = 0,01$. Assim a expressão que relaciona a deformação ε de um ponto genérico y do centro geométrico da peça é dada pela expressão A.1, obtida com base na figura A.1



Fonte: Pinto 2017

$$\frac{\varepsilon}{y - y_0} = \frac{\varepsilon_{su}}{h - d' - x} \quad (A.1)$$

A partir da figura A.1, conclui-se a equação A.2.

$$x = \frac{h}{2} + y_0 \quad (A.2)$$

Adotando A.1 em A.2, obtém-se (A.3):

$$\varepsilon = \varepsilon_{su} \cdot \frac{y - x + \frac{h}{2}}{h - d' - x} \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{su} \cdot \frac{\frac{x}{h} - \frac{y}{h} - \frac{1}{2}}{\frac{x}{h} + \frac{d'}{h} - 1} \quad (A.3)$$

Adota-se os parâmetros adimensionais descritos na equação (A.4):

$$\beta'_x = \frac{x}{h} \quad (A.4)$$

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (A.5)$$

$$\beta_y = \frac{y}{h} \quad (A.6)$$

Substituindo-os na expressão de ε , a deformação pode ser expressa na forma A.7.

$$\varepsilon = \varepsilon_{su} \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - 1 + \delta} \quad (A.7)$$

A equação A.7 permite calcular os valores de deformação no aço e no concreto para qualquer posição (β_y), conhecendo a posição da linha neutra (β'_x).

Com base na figura A1, a deformação ε_{c2} situada no ponto mais afastado da seção, com $y = -h/2$ ou $\beta_y = -1/2$, deve seguir os limites da região I, assim como apresentado em A.8 A.9:

$$\varepsilon_{c2} \leq 0,01 \quad (A.8)$$

$$\varepsilon_{c2} = - \left[2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 \right] \quad (A.9)$$

Substituindo A.8 em A.7, e aplicando a desigualdade A.9 em A.7, obtém-se A.10

$$0,01 \cdot \frac{\beta'_x}{\beta'_x - 1 + \delta} \geq - \left[2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 \right] \quad (A.10)$$

Simplificando A.10, em termos de β'_x tem-se A.11:

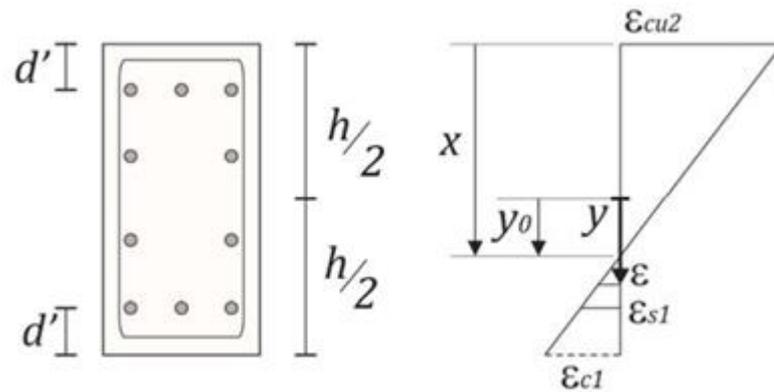
$$\beta'_x \leq \frac{\left[2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 \right]}{\left[2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 \right] + 0,01} \cdot (1 - \delta) \quad (A.11)$$

As deformações não pertencem a região I, quando os valores de β'_x forem acima do indicado em A.11. Para esses casos, é necessário obter as equações de compatibilidade para a região II ou III.

A.1.2 Região II

Caracterizada pelo encurtamento máximo do concreto, presente na fibra mais comprimida da peça, sendo ε_{cu2} . Dessa forma, a expressão de compatibilidade é definida por A.12, com base na figura A.2.

FIGURA A.2 – Deformações da região II



Fonte: Adaptado Pinto (2017)

$$\frac{\varepsilon}{y - y_0} = \frac{- \left[2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \right]}{0,5 \cdot h + y_0} \quad (A.12)$$

Com as expressões A.2, A.3 e A.4, substituindo em A.12, obtém-se A.13:

$$\varepsilon = \varepsilon_{cu2} \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x} \quad (A.13)$$

O valor de ε deve obedecer aos seguintes limites A.14 e A.15:

$$\varepsilon_s \leq 0,01 \quad (A.14)$$

$$\varepsilon_{c1} \geq 0 \quad (A.15)$$

Para a condição A.14, y é a distância do centro geométrico da peça até a linha da armadura, representado por A.16:

$$\beta_y = \frac{y}{h} \rightarrow \beta_y = \frac{\frac{h}{2} - d'}{h} \rightarrow \beta_y = 0,5 - \delta \quad (A.16)$$

Para a situação A.15, y é a distância do centro geométrico da peça até a borda menos comprida descrito em A.17.

$$\beta_y = \frac{y}{h} \rightarrow \beta_y = \frac{h}{2} \rightarrow \beta_y = 0,5 \quad (A.17)$$

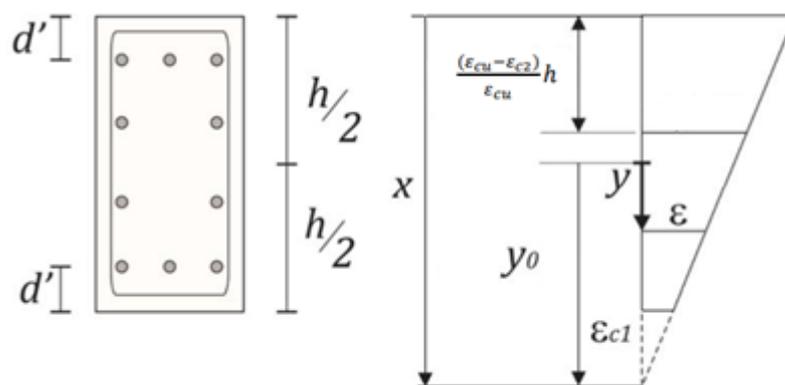
Atribuindo as equações A.16 e A.17 em A.12, aplicando as condições impostas por A.14 e A.15 obtém-se o seguinte intervalo para β'_x dentro da região II conforme A.18.

$$\frac{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \right]}{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \right] + 0,01} \cdot (1 - \delta) \leq \beta'_x \leq 1 \quad (A.18)$$

A.1.3 Região III

Região que corresponde ao domínio 5 e reta b, no qual as deformações ocorrem no ponto fixo situado a $\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \cdot h$ da borda mais comprimida, com valor ϵ_{cu} . A figura A.3 mostra o diagrama de deformações para a região III, e a expressão A.19 descreve a deformação para qualquer ponto y da seção.

FIGURA A.3 – Deformações na região III



Fonte: Adaptado Pinto (2017)

$$\varepsilon = -(2,0\% + 0,85\% \cdot (fck - 50)^{0,53}) \cdot \frac{y - y_0}{x - \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \cdot h} \quad (A.19)$$

Com os valores de A.2, A.3 e A.4, substituindo em A.19, tem-se A.20:

$$\varepsilon = 2,0\% + 0,85\% \cdot (fck - 50)^{0,53} \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}} \quad (A.20)$$

Para compreender que o estado de deformação da peça pertença à região III, verifica-se a seguinte condição expressa em A.21:

$$\varepsilon_{c1} \leq 0 \quad (A.21)$$

Calcula-se a deformação ε_{c1} na fibra mais tracionada, utilizando A.20 com $y = h/2$ ou $\beta_y = 1/2$ com a desigualdade A.21, tem-se o intervalo β'_x para região III a A.22.

$$\beta'_x \geq 1 \quad (A.22)$$

A.1.4 Expressão única para as três regiões

As equações A.7, A.13 e A.20 representam as condições de compatibilidade para as três regiões de deformações. Nota-se que cada região pode ser representada por um parâmetro indicador da região, com valores de deformação última ε_u : Região I com deformação limite de 0,01. A região II, com limite de ε_{cu} expresso na equação 4, já a região III descrevem deformações de ε_{c2} descritos na equação 5

Junto a uma constante adimensional β'_{x0} obtida através da distância do ponto do valor último até a borda mais comprimida dada por h , descreve-se a equação A.23 para ε .

$$\varepsilon = \varepsilon_u \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \quad (A.23)$$

Considerando as três regiões, os valores de ε_u e β'_{x0} são conforme as equações A.25, A.26 e A.27.:

a) Região I:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{su} \quad (A.24)$$

$$\beta'_{x0} = 1 - \delta \quad (A.25)$$

b) Região II:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{cu2} = - \left[2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 \right] \quad (A.26)$$

$$\beta'_{x0} = 0 \quad (A.27)$$

c) Região III:

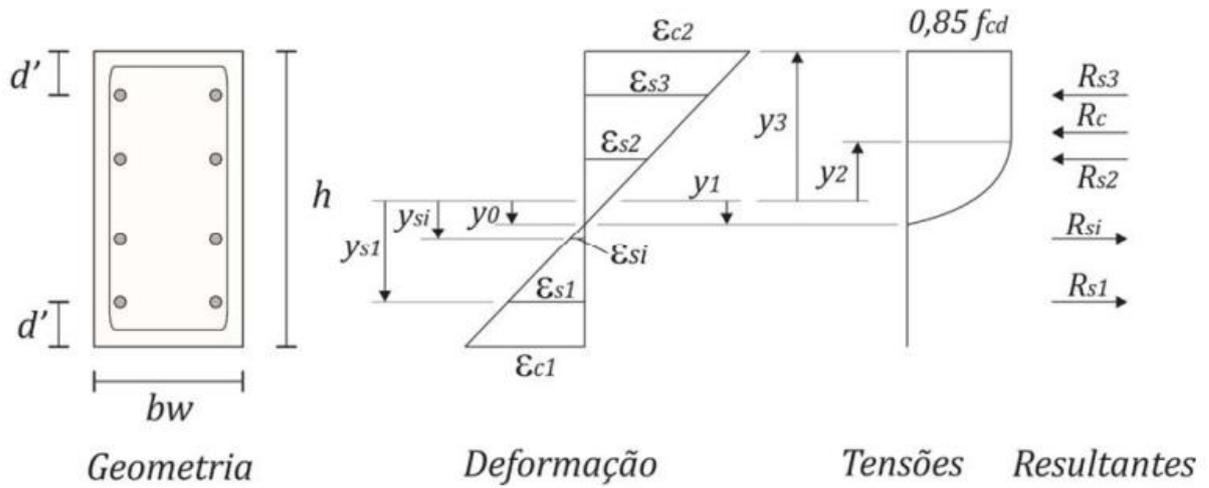
$$\varepsilon_u = \varepsilon_{cu3} = -(2,0\text{‰} + 0,85\text{‰} \cdot (fck - 50)^{0,53}) \quad (A.28)$$

$$\beta'_{x0} = \frac{2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 - 2,0\text{‰} + 0,85\text{‰} \cdot (fck - 50)^{0,53}}{2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4} \quad (A.29)$$

A.2 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO – SEÇÃO RETANGULAR

A partir das deformações, é possível encontrar as tensões atuantes utilizando os diagramas tensões-deformações dos materiais constituintes da peça. Com os valores de tensões, é possível obter os esforços resistentes da seção. Dessa maneira, baseando-se na figura A.4, é possível equacionar A.30 e A.31.:

FIGURA A.4 – Seção retangular. Tensões, deformações e resultantes



Fonte: Pinto 2017

$$N_R = R_C + \sum_{i=1}^N R_{si} \quad (A.30)$$

$$M_R = M_C + \sum_{i=1}^N R_{si} \cdot y_{si} \quad (A.31)$$

Em que:

- N são os números de linhas da armadura da seção;
- R_C é a força resultante do concreto;
- M_C é o momento fletor resultante do concreto;

Com as resultantes do concreto em A.32.:

$$R_C = \int_{AC} \sigma_c \cdot dA \quad (A.32)$$

$$M_C = \int_{AC} y \cdot \sigma_c \cdot dA \quad (A.33)$$

As resultantes de tensão na armadura ficam em função da tensão σ_{si} , e da área de cada barra A_{si} , assim, obtêm-se A.34 e A.35.:

$$N_R = \int_{AC} \sigma_c \cdot dA + \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (A.34)$$

$$M_R = \int_{AC} y \cdot \sigma_c \cdot dA + \sum_{i=1}^N y_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (A.35)$$

Como a seção é retangular, as integrais de área são em função da variável y . Assim, A.34 e A.35 ficam definidas por A.36 e A.37:

$$N_R = \int_{\frac{h}{2}}^{y_0} bw \cdot \sigma_c \cdot dy + \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (A.36)$$

$$M_R = \int_{\frac{h}{2}}^{y_0} bw \cdot y \cdot \sigma_c \cdot dy + \sum_{i=1}^N y_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (A.37)$$

A partir de uma seção de concreto armado com geometria e características dos materiais conhecidas, é possível utilizar as equações A.36 e A.37 para obter os esforços resistentes. As equações estão em função da posição da linha neutra y_0 e das tensões σ_c e σ_{si} . Dessa forma, os valores N_R e M_R ficam dependentes da posição deformada a ser imposta, e, portanto, podem-se obter pares (N_R, M_R) para qualquer posição da linha neutra.

A.3 EQUAÇÕES ADMENSIONAIS

Antes de definir as equações adimensionais deste item, recomenda-se ao autor rever o item 3.2 deste trabalho, nele está descrito a maneira utilizada para obter os equacionamentos de tensão de concreto e a forma matemática no qual foram

aproximados. Com isso, para concretos classificados como grupo II, tem-se as seguintes equações A.38, A.39 e A.40.:

$$\sigma_c = -0,85 \cdot fcd \quad \text{para } \varepsilon_{c2} \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{cu} \quad (A.38)$$

$$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \rightarrow \sigma_c = 850 \cdot fcd \cdot [\lambda_1 \cdot \varepsilon_c + \lambda_2] \cdot \varepsilon_c \quad \text{para } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c2} \quad (A.39)$$

$$\sigma_c = 0 \quad \text{para } \varepsilon_c \leq 0 \quad (A.40)$$

Os valores de λ_1 e λ_2 para cada classe de concreto são definidos de acordo com a tabela A.1:

TABELA A.1-Valores de λ_1 e λ_2

	λ_1	λ_2	R^2
C55	161,9	0,8168	0,9999
C60	120,4	0,721	0,9997
C65	95,8	0,6594	0,9997
C70	81,5	0,6203	0,9997
C75	73,9	0,5968	0,9997
C80	69,4	0,5813	0,9997
C85	66,8	0,5707	0,9998

Denota-se a convenção do sinal para força de tensão de compressão o sinal positivo e negativo para tração. Apesar do sinal adotado ser contrário ao sistema internacional, por se tratar de pilares, elementos com cargas predominantes de compressão, a convenção se torna mais adequada, evitando-se o uso de casos particulares.

A equação A.40 indica que a resistência a tração do concreto será totalmente desprezada.

Nota-se que o diagrama apresentado na figura 1 apresenta um comportamento não linear, com dois trechos. O primeiro é descrito por uma curva iniciada na origem até (ε_{c2}) , e o segundo descrito por uma reta, de (ε_{c2}) a (ε_{cu}) . Dessa maneira as integrais A.35 e A.36 separam-se em dois termos. Com o trecho parabólico assumindo os valores y_1 e y_2 enquanto o trecho retangular assume y_2 e y_3 e substituindo o valor de σ_c conforme A.38, A.39 e A.40, obtém-se A.41 e A.42.:

$$N_R = 850 \cdot fcd \cdot bw \cdot \int_{y_2}^{y_1} (\lambda_1 \cdot \varepsilon_c + \lambda_2) \cdot \varepsilon_c \cdot dy - 0,85 \cdot fcd \cdot bw \cdot (y_2 - y_3) + \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (A.41)$$

$$M_R = 850 \cdot fcd \cdot bw \cdot \int_{y_2}^{y_1} y \cdot (\lambda_1 \cdot \varepsilon_c + \lambda_2) \cdot \varepsilon_c \cdot dy - 0,425 \cdot fcd \cdot bw \cdot (y_2^2 - y_3^2) + \sum_{i=1}^N y_{si} \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (A.42)$$

Observar que os limites de integração y_1 , y_2 e y_3 não devem, em módulo, ser maior que $h/2$, de maneira a garantir a integração apenas sobre as dimensões reais da peça.

Para colocar as equações em termos adimensionais, define-se A.43 e A.44:

$$v = \frac{N_R}{A_C \cdot fcd} \quad (A.43)$$

$$\mu = \frac{M_R}{A_C \cdot h \cdot fcd} \quad (A.44)$$

Divide-se as equações A.43 e A.44 por $A_C \cdot fcd$ e $A_C \cdot h \cdot fcd$ respectivamente, obtêm-se A.45 e A.46:

$$v = 850 \int_{\beta_2}^{\beta_1} (\lambda_1 \cdot \varepsilon_c + \lambda_2) \cdot \varepsilon_c \cdot d\beta_y - 0,85 \cdot (\beta_2 - \beta_3) + \frac{\omega}{fyd} \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \quad (A.45)$$

$$\begin{aligned} \mu = 850 \cdot \int_{\beta_2}^{\beta_1} \beta_y \cdot (\lambda_1 \cdot \varepsilon_c + \lambda_2) \cdot \varepsilon_c \cdot d\beta_y - 0,425 \cdot (\beta_2^2 - \beta_3^2) \\ + \frac{\omega}{fyd} \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \cdot \beta_{si} \end{aligned} \quad (A.46)$$

A taxa mecânica da armadura ω é dada por A.47:

$$\omega = \frac{fyd \cdot A_s}{fcd \cdot A_C} \quad (A.47)$$

E as posições das barras definidas por A.48:

$$\beta_{si} = \frac{y_{si}}{h} \quad (A.48)$$

Substituindo o valor ε_c da expressão de compatibilidade A.23, nas expressões A.46 e A.47 obtêm-se A.49 e A.50:

$$v = 850 \cdot \int_{\beta_2}^{\beta_1} \left(\lambda_2 + \lambda_1 \cdot \varepsilon_u \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \right) \cdot \varepsilon_u \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \cdot d\beta_y$$

$$- 0,85 \cdot (\beta_2 - \beta_3) + \frac{\omega}{fyd} \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \quad (A.49)$$

$$\mu = 850 \cdot \int_{\beta_2}^{\beta_1} \beta_y \cdot \left(\lambda_2 + \lambda_1 \cdot \varepsilon_u \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \right) \cdot \varepsilon_u \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \cdot d\beta_y$$

$$- 0,425 \cdot (\beta_2^2 - \beta_3^2) + \frac{\omega}{fyd} \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \cdot \beta_{si} \quad (A.50)$$

Integrando A.49 e A.50 e substituindo os limites β_1 e β_2 , obtêm-se A.51 e A.52:

$$v = \frac{850 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left\{ \frac{\lambda_1 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left[\frac{(\beta_1^3 - \beta_2^3)}{3} - (\beta'_x - 0,5) \cdot (\beta_1^2 - \beta_2^2) + (\beta'_x - 0,5)^2 \cdot (\beta_1 - \beta_2) \right] \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda_2 \cdot (\beta_1^2 - \beta_2^2)}{2} + \lambda_2 \cdot (\beta'_x - 0,5) \cdot (\beta_1 - \beta_2) \right\} - 0,85 \cdot (\beta_2 - \beta_3)$$

$$+ \frac{\omega}{fyd} \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \quad (A.51)$$

$$\mu = \frac{850 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left\{ \frac{-(\beta_1^3 - \beta_2^3)}{3} + (\beta'_x - 0,5) \cdot \frac{(\beta_1^2 - \beta_2^2)}{2} \right.$$

$$+ \frac{\lambda_1 \cdot \varepsilon_u}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \left[-2 \cdot (\beta'_x - 0,5) \cdot \frac{(\beta_1^2 - \beta_2^2)}{3} + \lambda_2 \cdot (\beta'_x - 0,5)^2 \cdot \frac{(\beta_1^2 - \beta_2^2)}{2} \right.$$

$$\left. \left. + \frac{(\beta_1^4 - \beta_2^4)}{4} \right] \right\} - 0,425(\beta_2^2 - \beta_3^2)$$

$$+ \frac{\omega}{fyd} \sum_{i=1}^N \sigma_{si} \cdot \eta_{si} \cdot \beta_{si} \quad (A.51)$$

As equações são independentes e formam um sistema não linear que resolvido fornece a taxa de armadura (ω), para a disposição pré-determinada. Outro parâmetro

que se obtém através da resolução desse sistema é a posição da linha neutra β'_x indicando em qual domínio o estado-limite ocorre.

A.5 DEFINIÇÃO DOS VALORES LIMITES ADMENSIONAIS PARA INTEGRAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÕES DE COMPRESSÃO NO CONCRETO

As integrais A.41 e A.42, tem limites de integração y_1, y_2 e y_3 que definem os trechos do diagrama tensão-deformação do concreto, de maneira que o trecho parabólico seja definido entre y_1, y_2 e o trecho retangular entre y_2 e y_3 .

Ao colocar as equações de maneira adimensional, os parâmetros y_1, y_2 e y_3 transformaram-se em β_1, β_2 e β_3 , que são limites adimensionais de integração, sendo A.53, A.54 e A.55:

$$\beta_1 = \frac{y_1}{h} \quad (A.53)$$

$$\beta_2 = \frac{y_2}{h} \quad (A.54)$$

$$\beta_3 = \frac{y_3}{h} \quad (A.55)$$

A.5.1 Região I

A região I é definida para os valores conforme dado em A.10, para efeito de simplificação, será incluído outro limite e expresso em A.56.

$$-\infty \leq \beta'_x \leq \frac{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \right]}{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \right] + 0,01} \cdot (1 - \delta) \quad (A.56)$$

Como $\delta (d'/h)$ sempre é positivo e menor que um, conclui-se que na região I, a posição da linha neutra varie de um número negativo até o limite imposto pela

expressão A.11, que sempre positivo. Dessa forma, divide-se A.56 em dois intervalos diferentes para a análise dos valores limites adimensionais expresso em A.57 e A.58:

$$-\infty \leq \beta'_x \leq 0 \quad (A.57)$$

$$0 \leq \beta'_x \leq \frac{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \right]}{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{90 - fck}{100} \right)^4 \right] + 0,01} \cdot (1 - \delta) \quad (A.58)$$

Para o limite A.57, a linha neutra é sempre negativa, ou seja, é inexistente a compressão na peça. Assim os valores y_1, y_2 e y_3 , que definem o diagrama tensão-deformação do concreto, estarão em um ponto, que por conceito, será o ponto extremo no qual supostamente haveria compressão, expresso por A.59

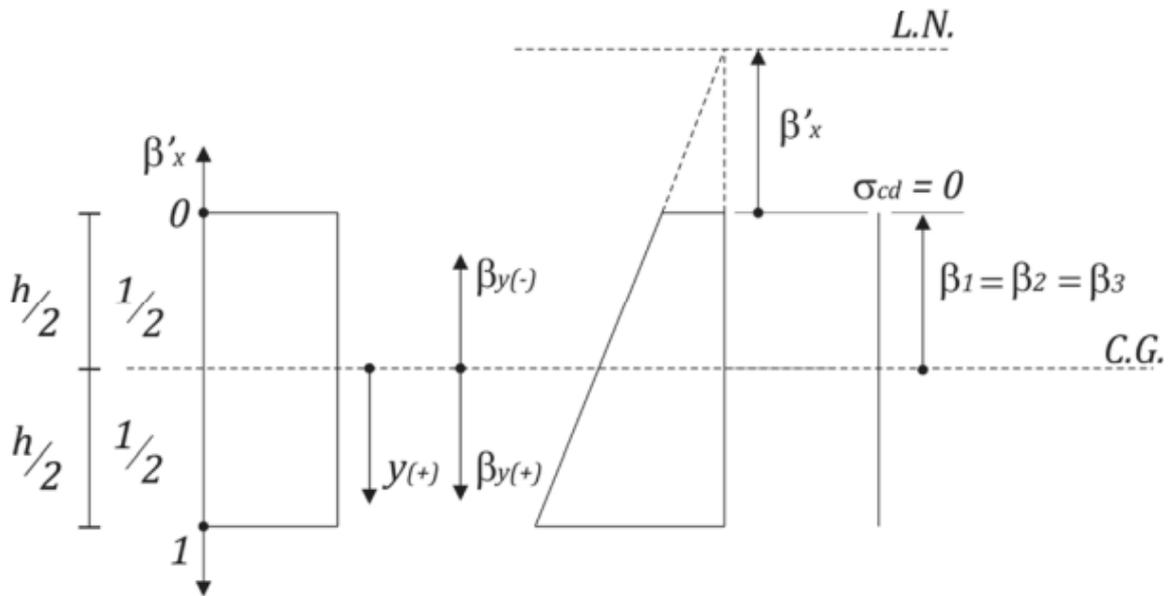
$$y_1 + y_2 + y_3 = -\frac{h}{2} \quad (A.59)$$

Portanto, em termos adimensionais para o limite, têm-se A.60.:

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = -\frac{1}{2} \quad (A.60)$$

Situação no qual, está representada na figura A.5:

FIGURA 5 – Limites adimensionais para integração do diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: Pinto (2017)

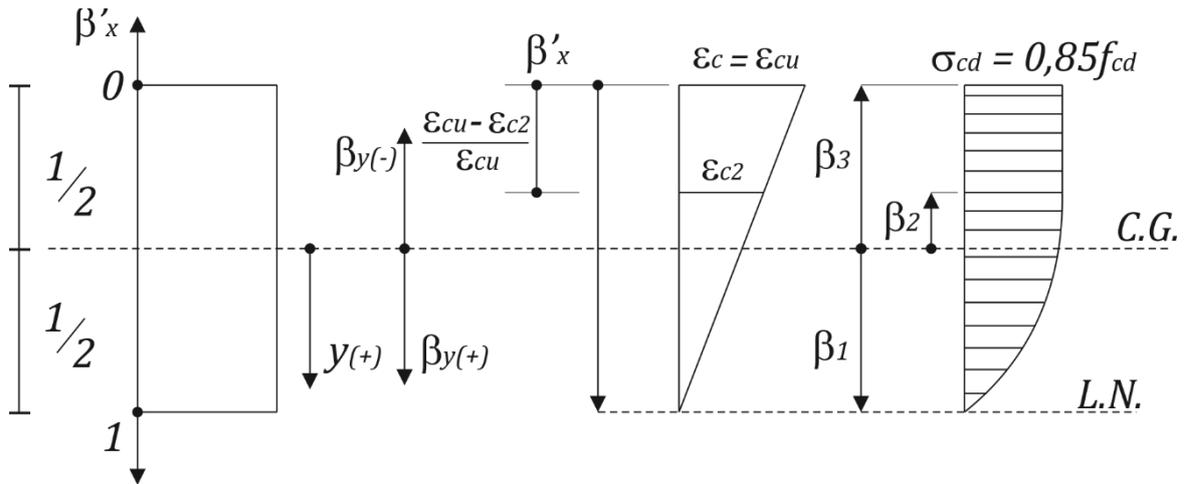
Para o limite A.58, a linha neutra encontra-se dentro da seção, com compressão na peça e com isso, os limites β_1 e β_2 assumirão valores variáveis. Enquanto o limite β_3 que representa o início do diagrama retangular de tensões, assumirá valor da expressão A.61:

$$\beta_3 = -\frac{1}{2} \quad (A.61)$$

As tensões de compressão no concreto são distribuídas uniformemente até que fibra posicionada, distante $\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}$ da borda mais comprimida alcance a deformação ε_{c2} (PAULA, 1988). Dessa maneira, o máximo valor permitido para a ordenada adimensional é expresso por A.62:

$$\beta_2 = \beta_3 + \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \quad (A.62)$$

FIGURA.6 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões no concreto



Fonte: Adaptado Pinto (2017)

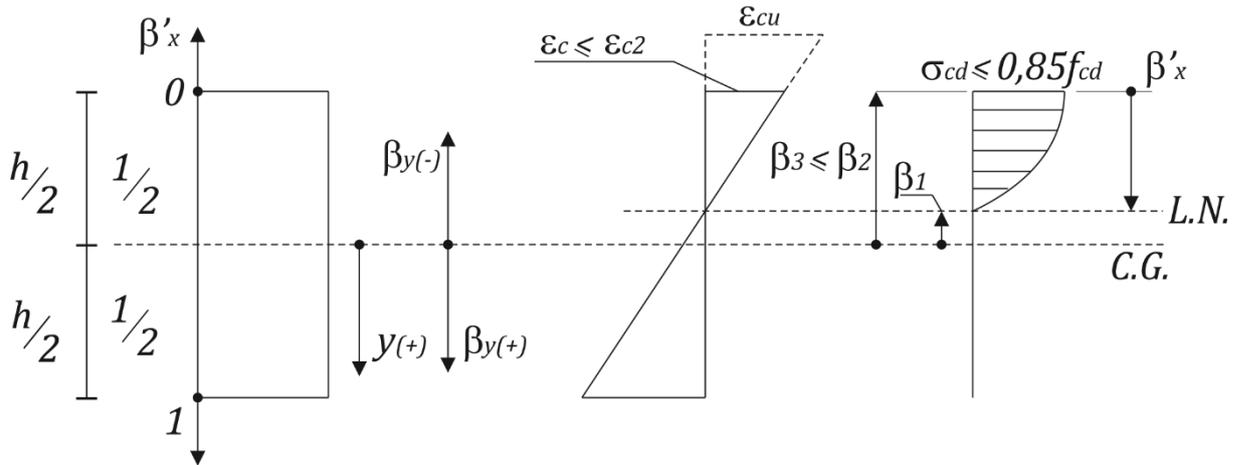
Substituindo a expressão A.61 na expressão A.62, encontra-se A.63.:

$$\beta_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \quad (A.63)$$

Como somente importa a integral dentro da seção, admite-se que o valor mínimo permitido para a ordenada adimensional é dado por A.64, ilustrado na figura A.7:

$$\beta_2 = -\frac{1}{2} \quad (A.64)$$

Figura A.7 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões no concreto



Fonte: Adaptado Pinto (2017)

Sendo assim, admite-se que o intervalo de variação da ordenada β_2 é dado por A.65:

$$-\frac{1}{2} \leq \beta_2 \leq -\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \quad (\text{A. 65})$$

Portanto, seguindo os limites impostos por A.65, a expressão β_2 é representada através da equação A.66:

$$\begin{aligned} -(2,0\% + 0,85\% \cdot (fck - 50)^{0,53}) &= 0,01 \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_1 + 0,5)}{\beta'_x - (1 - \delta)} \\ \therefore \beta_2 &= \beta'_x + \frac{(2 + 0,85 \cdot (fck - 50)^{0,53})}{10} + \frac{(2 + 0,85 \cdot (fck - 50)^{0,53})}{10} \cdot \delta \\ &\quad - \left[\frac{(2 + 0,85 \cdot (fck - 50)^{0,53})}{10} - 0,5 \right] \end{aligned} \quad (\text{A. 66})$$

Para a ordenada β_1 , que caracteriza o final do diagrama parabólico, analisando as figuras A.5, A.6 e A.7, nota-se que a sua posição coincide com a fibra de deformação nula. Assim, impondo-a na expressão A.23 com os parâmetros A.24 e A.25, com a deformação igual a zero expresso por A.67:

$$0 = 0,01 \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_1 + 0,5)}{\beta'_x - (1 - \delta)} \quad (\text{A. 67})$$

$$\therefore \beta_1 = \beta'_x - 0,5$$

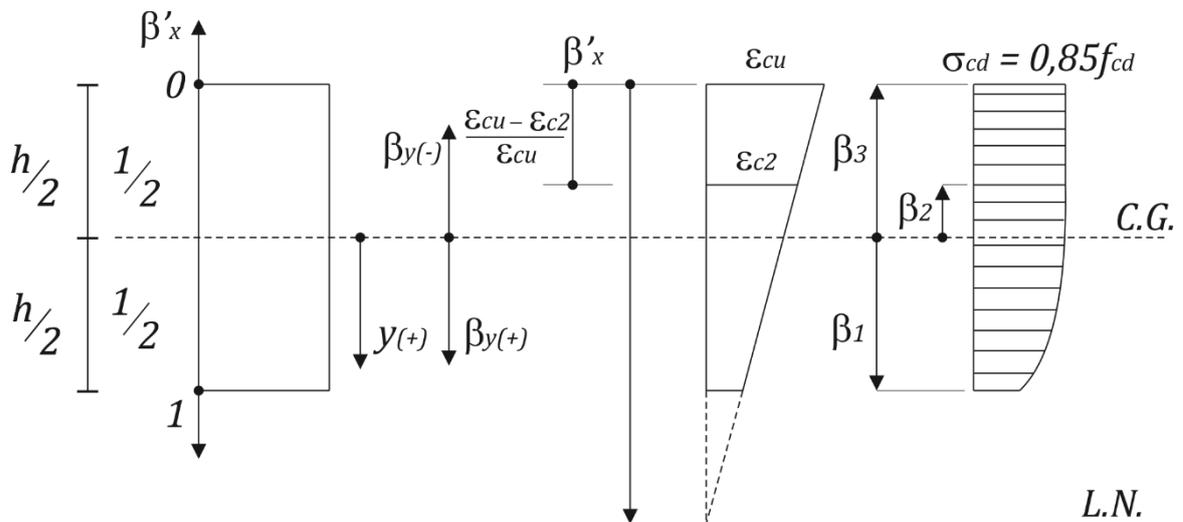
Observa-se a partir da figura A.6, que quando a linha neutra se encontra fora da seção, e com peça inteiramente tracionada, a ordenada β_1 assume o valor dado por A.68.

$$\beta_1 = -\frac{1}{2} \quad (A.68)$$

Entretanto, quando a seção está inteiramente comprimida e com a linha neutra fora da seção, β_1 assume o valor de A.69, representado na figura A.8.

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \quad (A.69)$$

Figura A.8 – Limites adimensionais para integração do diagrama de tensões no concreto



Fonte: Adaptado Pinto (2017)

Portanto o limite da ordenada β_1 é dado pela expressão A.70:

$$-\frac{1}{2} \leq \beta_1 \leq \frac{1}{2} \quad (A.70)$$

A.5.2 Região II

A região II é definida para os valores de posição da linha neutra conforme a equação A.71:

$$\frac{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100}\right)^4\right]}{\left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100}\right)^4\right] + 0,01} \cdot (1 - \delta) \leq \beta'_x \leq 1 \quad (A.71)$$

A partir dos conceitos expressos na equação A.41, admite-se que para a região II os valores A.72, A.73 e A.74:

$$\beta_1 = \beta'_x - 0,5 \quad (A.72)$$

$$\beta_3 = -\frac{1}{2} \quad (A.73)$$

$$-\frac{1}{2} \leq \beta_1 \leq \frac{1}{2} \quad (A.74)$$

Para obter a ordenada β_2 referente a região II, basta utilizar a expressão A.23 com os parâmetros descritos em A.26 e A.27 e utilizar a deformação ε definida na equação 6. Assim determina-se a equação A.75

$$\begin{aligned} & 2,0\% + 0,85\% \cdot (fck - 50)^{0,53} \\ & = - \left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100}\right)^4 \right] \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_2 + 0,5)}{\beta'_x - 0} \\ \therefore \beta_2 & = \frac{(2,0\% + 0,85\% \cdot (fck - 50)^{0,53}) + 2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100}\right)^4}{2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100}\right)^4} \cdot \beta'_x \\ & - 0,5 \end{aligned} \quad (A.75)$$

De forma que se respeite a condição expressa em A.71:

$$-\frac{1}{2} \leq \beta_2 \leq -\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \quad (A.71)$$

A.5.3 Região III

A região III é definida para valores de posição da linha neutra conforme dado em A.77:

$$\beta'_x \geq 1 \quad (A.77)$$

A partir dos conceitos dados em A.41, admite-se que para a região II os parâmetros A.78, A.79 e A.80.

$$\beta_1 = \beta'_x - 0,5 \quad (A.78)$$

$$\beta_3 = -\frac{1}{2} \quad (A.79)$$

$$-\frac{1}{2} \leq \beta_1 \leq \frac{1}{2} \quad ()$$

Para obter a ordenada β_2 referente a região III, deve-se analisar a figura A.9. Nota-se que para valores $\beta'_x \geq 1$, a ordenada adimensional β_2 é constante e assume o valor de A.81.

$$\beta_2 = \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} - 0,5 \quad (A.81)$$

A.6 ALGORITMO PARA A CONSTRUÇÃO DAS CURVAS - ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO

Na construção das curvas adimensionais, é imprescindível o conhecimento prévio dos parâmetros referentes à armadura, tais como: taxa mecânica (ω), tipo do aço e a disposição da armadura dentro da seção.

As planilhas são construídas com o intuito de calcular diversos pares (v_u, μ_u) variando a profundidade da linha neutra e mantendo constante a taxa mecânica de armadura ω .

a) Dados de entrada;

Primeiramente é determinado os parâmetros de entrada da seção para determinação das curvas:

- f_{yk} é a resistência característica do aço;
- f_{ck} é a resistência característica do concreto a compressão;
- h é a altura da seção transversal;
- b_w é a largura da seção transversal;
- δ é o parâmetro relativo à posição da barra longitudinal da seção;

b) Arbitra-se o parâmetro de entrada δ :

Que é dado conforme a expressão A.82.

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (A.82)$$

Porém, para determinação do d' é necessário o conhecimento prévio da armadura. Sendo que d' é a distância do centro de gravidade da armadura longitudinal até a face mais próxima desta, com isso é representado por A.83.

$$d' = cob + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} \quad (A.83)$$

Sendo:

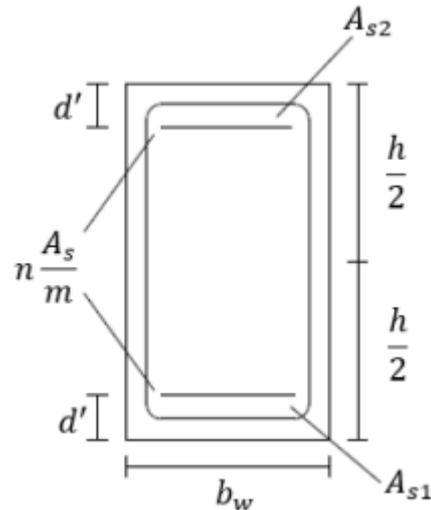
- cob o cobrimento da armadura;
- ϕ_t diâmetro da bitola da armadura transversal, o estribo;
- ϕ_l o diâmetro da bitola da armadura longitudinal;

Como as curvas são geradas em função do arranjo de armadura e da taxa mecânica, não se tem o conhecimento das bitolas, portanto, deve-se arbitrar um valor δ para geração das curvas.

c) Calcula-se a posição e as taxas de armadura;

O arranjo das armaduras é pré-definido e, para cálculo das curvas (v_u, μ_u) , devem estar presente em sua forma adimensional. Como por exemplo a figura A.9:

Figura A.9 – Exemplo de arranjo de armadura



Fonte: Escoda (2019)

Sendo:

- A_{s1} a armadura inferior;
- A_{s2} a armadura superior;
- n o número de camadas de armadura;
- m o número total de barras dentro da seção;

A partir da figura A.9 é possível verificar a posição das armaduras através das equações A.84 e A.85:

$$\beta_{s1} = 0,5 - \delta \quad (A.84)$$

$$\beta_{s2} = \delta - 0,5 \quad (A.85)$$

As taxas relativas das armaduras são dadas por A.86 e A.87.

$$\eta_{s1} = \frac{As_1}{As_1 + As_2} \quad (A.86)$$

$$\eta_{s2} = \frac{As_2}{As_1 + As_2} \quad (A.87)$$

d) Adota-se a taxa mecânica de armadura $\omega = 0$;

e) Arbitra-se a profundidade da linha neutra β'_x com uma variação na próxima etapa de $\Delta\beta'_x = 0,05$. Deve-se arbitrar inicialmente $\beta'_x = -\infty$, porém para demasiado tempo de processamento, é suficiente arbitrar $\beta'_x = -5$.

f) Determinam-se as ordenadas adimensionais de integração do concreto; As ordenadas, são conforme expressos no item A.3 desse texto. Da maneira que, dependendo da posição da linha neutra, as ordenadas adimensionais assumirão um equacionamento;

g) Determinam-se as tensões atuantes nas armaduras expressas em A.92, A.93 e A.94.

- Região I:

$$\varepsilon_s = 0,01 \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \quad (A.92)$$

- Região II:

$$\varepsilon_s = -(2,0\% + 0,85\% \cdot (fck - 50)^{0,53}) \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \quad (A.93)$$

- Região III:

$$\varepsilon_s = - \left[2,6\% + 35\% \cdot \left(\frac{(90 - fck)}{100} \right)^4 \right] \cdot \frac{\beta'_x - (\beta_y + 0,5)}{\beta'_x - \beta'_{x0}} \quad (A.94)$$

β_s é dado conforme expresso conforme A.95.

$$-0,01 \leq \varepsilon_s \leq 0,01 \quad (A.95)$$

Com as deformações, de acordo com o diagrama tensão-deformação do aço, conforme a figura 3 deste trabalho, é possível retirar a tensão atuante nas armaduras. Assim:

- A equação A.95 para o comportamento linear para $|\varepsilon_s| \leq |\varepsilon_{yd}|$:

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \cdot \frac{\varepsilon_s}{|\varepsilon_{yd}|} \quad (A.96)$$

- Patamar de escoamento tem-se A.97 e A.98

$$\text{Se } \varepsilon_s > \varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_{sd} = f_{yd} \quad (A.97)$$

$$\text{Se } \varepsilon_s < -\varepsilon_{yd} \rightarrow \sigma_{sd} = -f_{yd} \quad (A.98)$$

ε_{yd} é a deformação de escoamento correspondente ao tipo de aço adotado.

- h) Calcula-se o par de esforços resistentes v_u, μ_u respectivamente, respeitando os parâmetros definidos para as regiões I, II e III.
- i) Repetem-se as fases do processo até $\beta'_x = \infty$;
Sendo o suficiente a consideração de $\beta'_x = 15$.
- j) Repete-se o mesmo processo, a partir do item e, para os demais valores de $\omega = \omega + \Delta_\omega$.

APÊNDICE B

Estão apresentados todos os ábacos gerados a partir da metodologia de linha de tendência proposta neste trabalho.

FIGURA 9 – Ábaco diagrama parábola retângulo C60

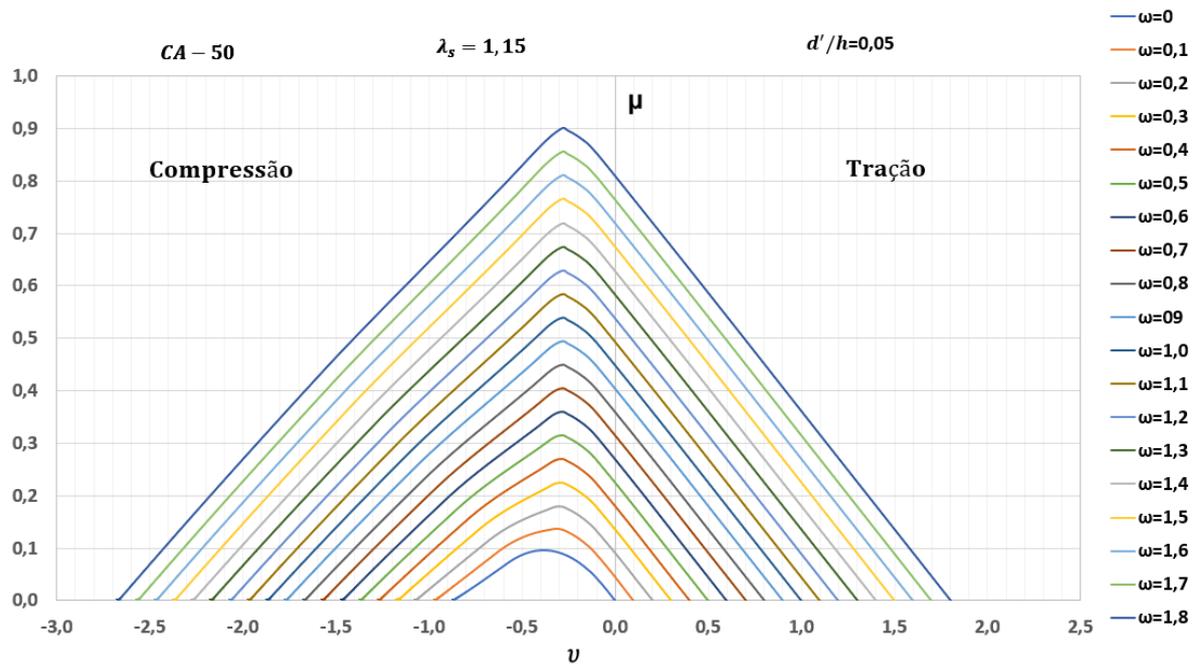


FIGURA 9 – Ábaco diagrama parábola retângulo C90

